

Proiect cofinanțat din Fondul Social European prin Programul Operațional Capital Uman 2014-2020

Axa prioritară 6: *Educație și competențe*

Prioritatea de investiții 10.i: *Reducerea și prevenirea abandonului școlar timpuriu și promovarea accesului egal la învățământul preșcolar, primar și secundar de calitate, inclusiv la parcursuri de învățare formale, nonformale și informale pentru reintegrarea în educație și formare*

Obiectivul specific 6.4: *Creșterea numărului de tineri care au abandonat școala și de adulți care nu și-au finalizat educația obligatorie care se reîntorc în sistemul de educație și formare, inclusiv prin programe de tip a doua șansă și programe de formare profesională*

Obiectivul specific 6.6: *Îmbunătățirea competențelor personalului didactic din învățământul preuniversitar în vederea promovării unor servicii educaționale de calitate orientate pe nevoile elevilor și a unei școli inclusive*

Titlu proiect: *“Acces la programe de educație și formare profesională pentru tinerii și adulții din județul Dolj care au părăsit timpuriu școala (I)”*

Cod SMIS 2014+: 135711

## **MATERIALE DE PREDARE-ÎNVĂȚARE MATEMATICĂ**

### **Modulul M2**

#### **Program „A doua șansă” pentru învățământ secundar inferior versiune finală**

A.3.1 Organizarea, monitorizarea și evaluarea programului „A doua șansă” și a stagiilor de pregătire practică de 720 de ore

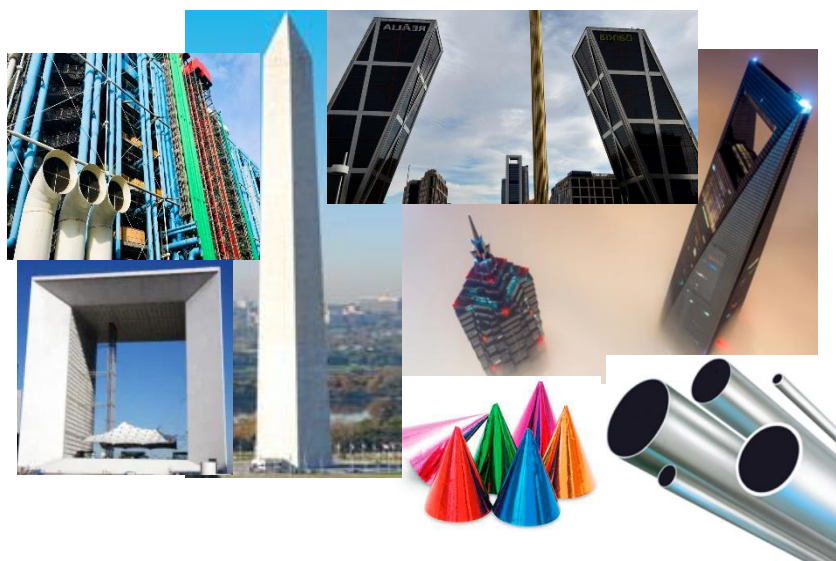
**POPESCU LUMINIȚA VIORICA CRISTINA**  
**Expert curriculum (Matematică)**



**August 2023**

*Conținutul acestui material nu reprezintă în mod obligatoriu poziția oficială a Uniunii Europene sau a Guvernului României*

# Corpuri Geometrice



## La finalul unității de învățare, elevul va fi capabil:

- ✎ să identifice elementele și proprietățile unor corpuri geometrice (cub, paralelipiped dreptunghic, cilindru, con);
- ✎ să utilizeze corect noțiunile de arie totală și volum;
- ✎ să stabilească poziția elementelor geometrice în desen: paralelism, perpendicularitate, simetrie axială;
- ✎ să determine volumul și aria totală a unor configurații geometrice date.

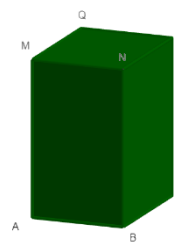
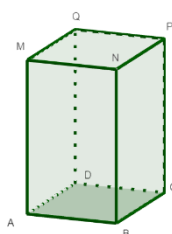
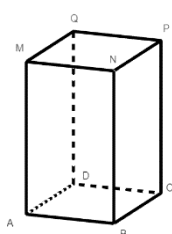
## Corpuri geometrice: recunoaștere, reprezentare prin desen, identificarea elementelor

### Prisme

#### Paralelipipedul dreptunghic



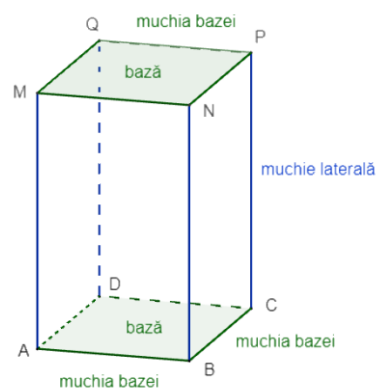
- ✓ Un corp geometric cu toate fețele dreptunghiuri se numește **paralelipiped dreptunghic**.
- ✓ Segmentele care în realitate nu se văd se desenează punctat. ( $AD, DC, QD$ )

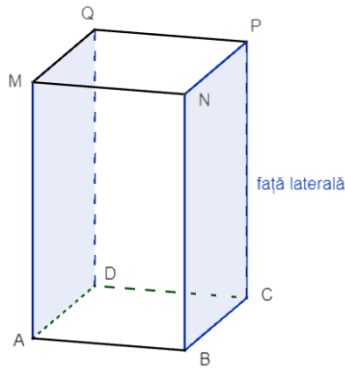


#### Elementele unui paralelipiped dreptunghic



- ✓ Punctele  $A, B, C, D, M, N, P, Q$  sunt **vârfurile** paralelipipedului dreptunghic.
- ✓ Dreptunghiurile  $ABCD$  și  $MNPQ$  sunt **bazele** paralelipipedului dreptunghic.
- ✓ Bazele sunt congruente. Baza unui paralelipiped dreptunghic poate fi și pătrat.
- ✓ Dreptunghiurile  $ABNM, BCPN, CDQP$  și  $ADQM$  sunt **fețele laterale** ale paralelipipedului dreptunghic.
- ✓ Fețele laterale opuse sunt dreptunghiuri congruente.
- ✓ Segmentele  $AB, BC, CD, AD, MN, NP, PQ, MQ$  sunt **muchiile bazelor** paralelipipedului dreptunghic.





✓ Segmentele  $AM, BN, CP, DQ$  sunt **muchiile laterale** ale paralelipipedului dreptunghic.

✓ O **diagonală** a paralelipipedului dreptunghic este segmentul determinat de două vârfuri ale sale care nu sunt pe aceeași față.

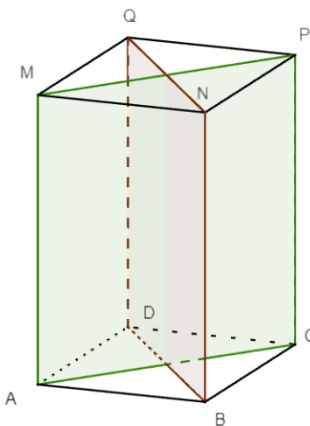
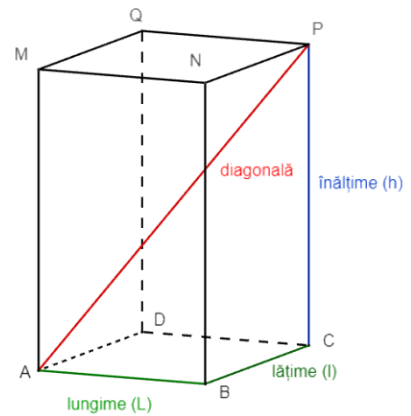
✓ Dimensiunile care caracterizează un paralelipiped

dreptunghic sunt

- dimensiunile laturilor bazei (lungime -  $L$ , lățime -  $l$ )
  - muchia laterală (înălțimea -  $h$ ).
- ✓ lungimea diagonalei unui paralelipiped dreptunghic  $d$  se poate calcula după relația

$$d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2}$$

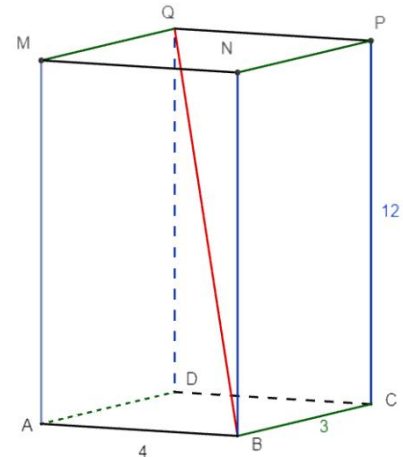
✓ Dreptunghiurile  $ACPM$  și  $BDQN$  se numesc **secțiuni diagonale** ale paralelipipedului dreptunghic.



### Exemplu:

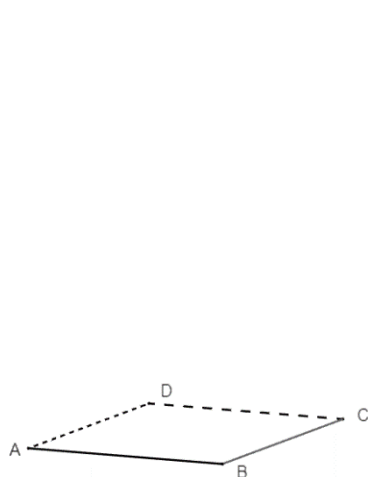
✎ Paralelipipedul dreptunghic  $ABCDMNPQ$  are lungimea  $AB = 4 \text{ cm}$ ,  $BC = 3 \text{ cm}$ , iar înălțimea  $CP = 12 \text{ cm}$ .

- $ABCD$  dreptunghi  $\Rightarrow DC = AB = 4 \text{ cm}$  și  $BC = AD = 3 \text{ cm}$ .
- $BCPN$  dreptunghi  $\Rightarrow NP = BC = 3 \text{ cm}$  și  $BN = CP = 12 \text{ cm}$ .
- $ABNM$  dreptunghi  $\Rightarrow AB = MN = 4 \text{ cm}$  și  $AM = BN = 12 \text{ cm}$ .
- $MNPQ$  dreptunghi  $\Rightarrow PQ = MN = 4 \text{ cm}$  și  $NP = MQ = 3 \text{ cm}$ .
- Lungimea diagonalei



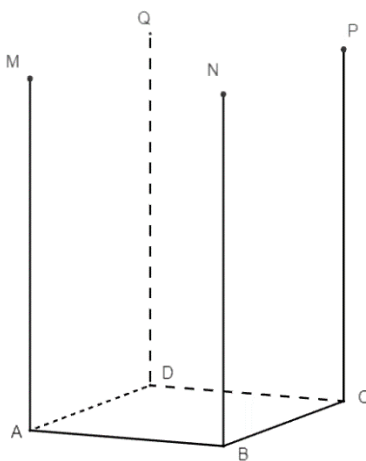
$$BQ = \sqrt{4^2 + 3^2 + 12^2} = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

## Cum desenăm un paralelipiped dreptunghic



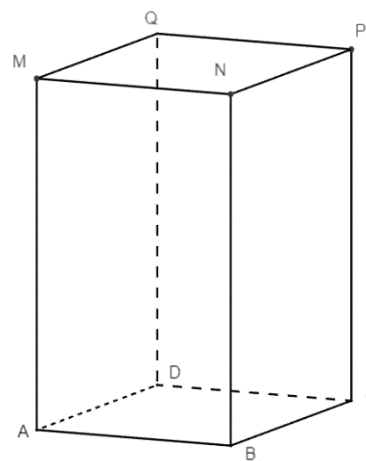
### Pasul 1

Desenăm paralelogramul  $ABCD$ .



### Pasul 2

Desenăm vertical muchiile laterale  $AM = BN = CP = DQ$ .



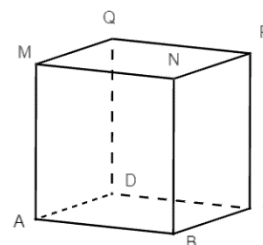
### Pasul 3

Desenăm paralelogramul  $MNPQ$ .

## Cubul



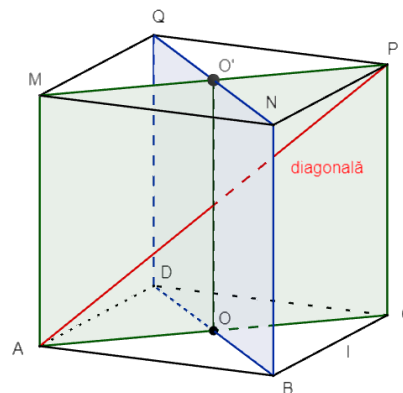
- ✓ Un corp geometric cu toate fețele pătrate se numește **cub**.
- ✓ Orice cub este un paralelipiped dreptunghic.



### Elementele unui cub

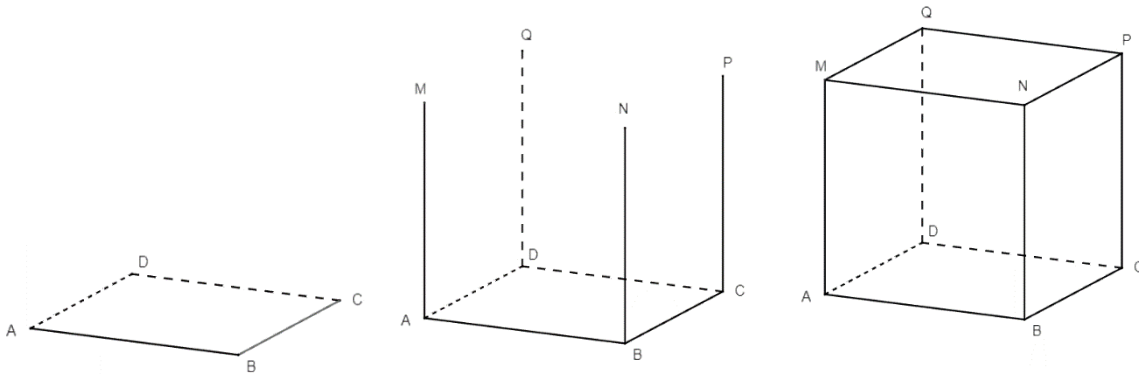


- ✓ Punctele  $A, B, C, D, M, N, P, Q$  sunt **vârfurile** cubului.
- ✓ Cele 6 fețele ale cubului sunt pătrate congruente.
- ✓ Segmentele  $AB, BC, CD, AD, MN, NP, PQ, MQ, AM, BN, CP, DQ$  sunt **muchii** cubului.
- ✓ Cubul are 12 muchii egale.
- ✓ O **diagonală** a cubului este segmentul determinat de două vârfuri ale sale care nu sunt pe aceeași față.



- ✓ Dimensiunea care caracterizează un cub este lungimea muchiei  $l$ .
- ✓ Lungimea diagonalei unui cub  $d$  se poate calcula după relația  $d = l\sqrt{3}$
- ✓ Dreptunghiurile  $ACPM$  și  $BDQN$  se numesc **secțiuni diagonale** ale cubului.

### Cum desenăm un cub



#### Pasul 1

Desenăm paralelogramul  
 $ABCD$


#### Pasul 2

Desenăm vertical muchiile  
laterale  $AM = BN = CP =$   
 $DQ = AB$ .

#### Pasul 3

Desenăm paralelogramul  
 $MNPQ$ .

### Exemplu:

 Cubul  $ABCDMNPQ$  are muchia egală cu 3 cm.

- Perimetrul bazei cubului

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA = 4l = 12 \text{ cm}$$

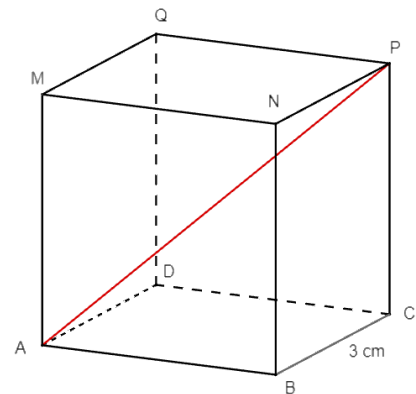
- Aria unei fețe a cubului

$$A_{ABCD} = AB \cdot BC = l^2 = 9 \text{ cm}^2$$

- Lungimea diagonalei cubului

$$d = AP = l\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \cong 5,19 \text{ cm}$$

$$\text{Ne amintim } \sqrt{3} \cong 1,73$$



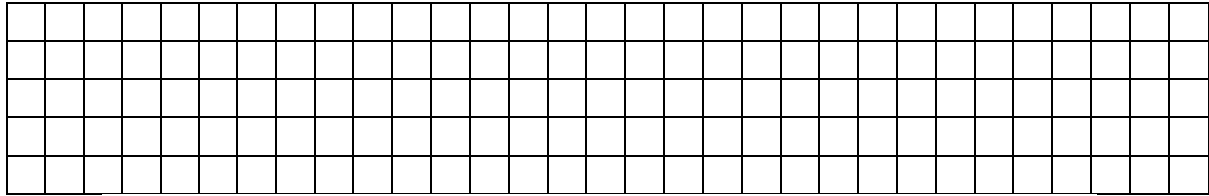




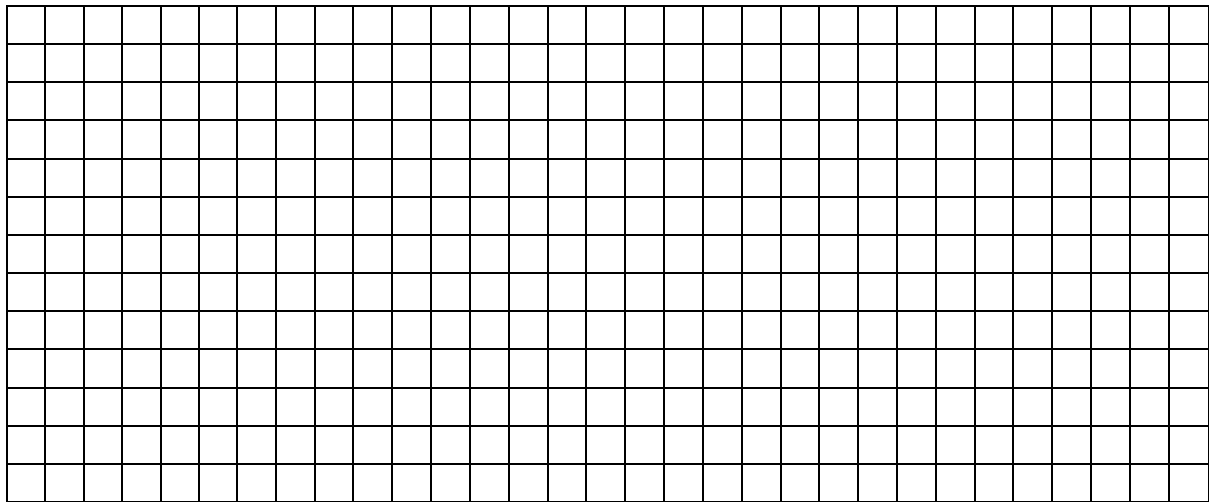
UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020

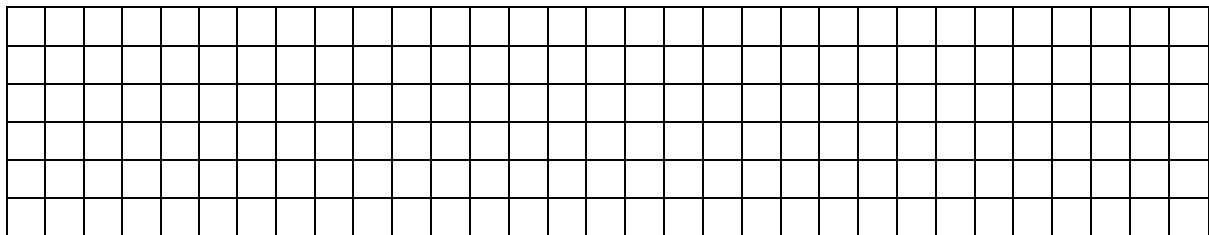


c) Un paralelipiped dreptunghic cu lungimea 4 *cm*, lățimea 2 *cm* și înălțimea 3 *cm*.

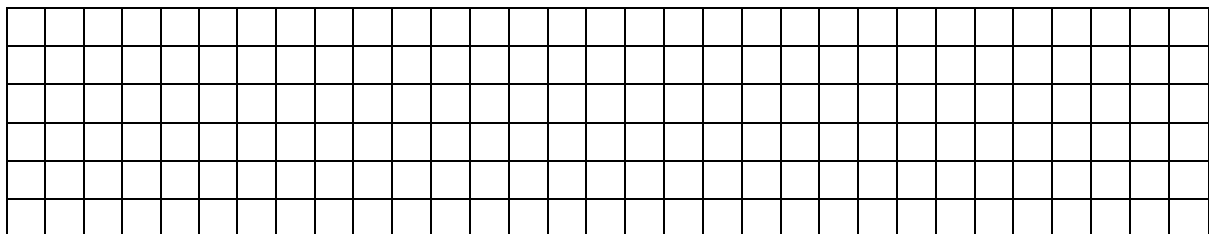


4. Ne amintim  $\sqrt{3} \cong 1,73$ . Determinați diagonala unui cub cu latura de

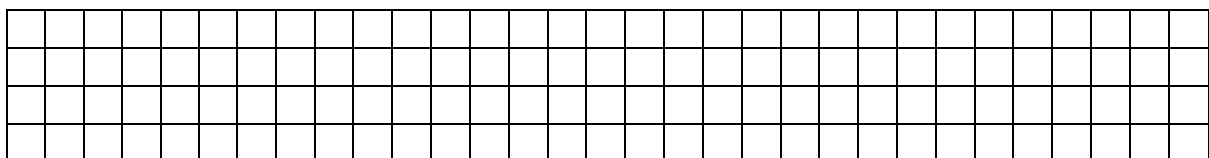
a) 10 *cm*



b) 5 *cm*



c) 8 *cm*





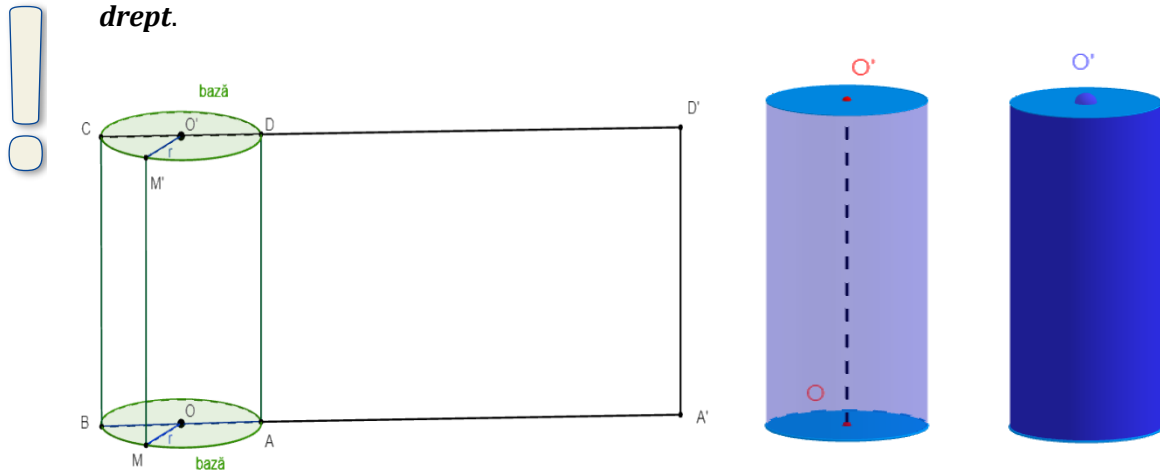




## Corpuri rotunde

### Cilindrul circular drept

- ✓ Înfășurând suprafața dreptunghiulară  $AA'DD'$  până când laturile  $AD$  și  $A'D'$  se suprapun, iar latura  $AA'$  înfășoară un disc obținem **suprafața laterală a unui cilindru circular drept**.

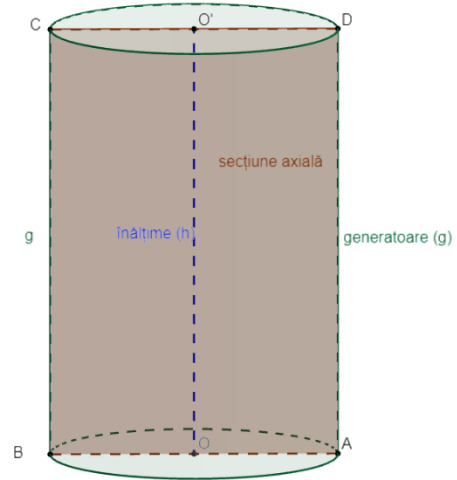


- ✓ Laturile  $AA'$  și  $DD'$  mărginesc două discuri de centre  $O$  respectiv  $O'$  și rază  $r$ , numite **bazele cilindrului**.
- ✓ Lungimea segmentului  $AA' = 2\pi r =$  lungimea cercului de centru  $O$  și rază  $r$ .
- ✓ **Cilindrul circular drept** este corpul plin mărginit de această suprafață laterală și cele două discuri.

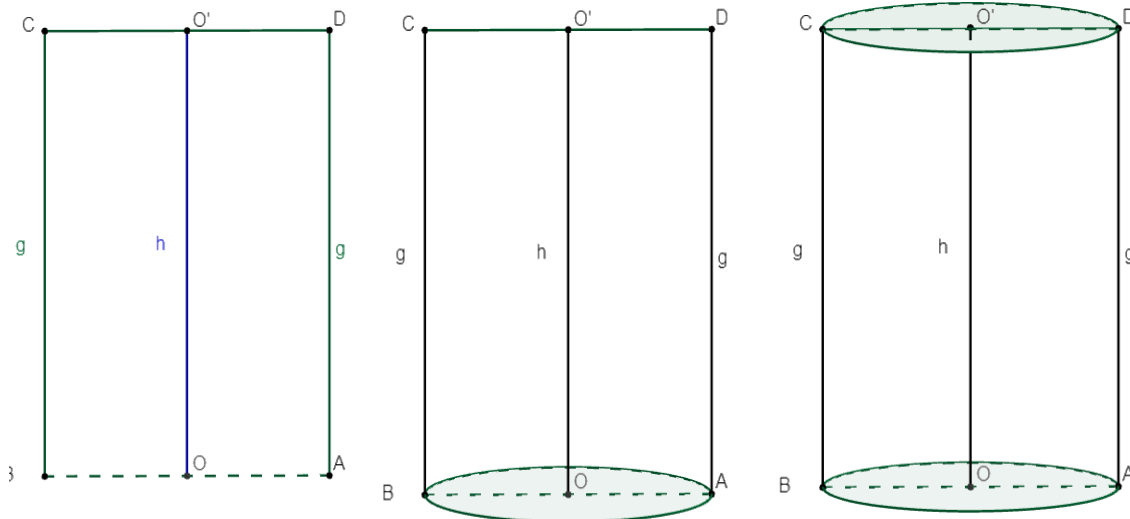


### Elementele cilindrului circular drept

- ✓ Discurile de centre  $O$  respectiv  $O'$  și rază  $r$  reprezintă **bazele cilindrului**.
- ✓ Segmentul  $AD$  sau orice alt segment paralel cu acesta care are capetele pe cercurile de centru  $O$  respectiv  $O'$  și rază  $r$  se numește **generatoarea cilindrului ( $g$ )**.
- ✓ Segmentul  $OO'$  reprezintă **înălțimea cilindrului ( $h$ )**.
- ✓ În cazul cilindrului circular drept avem egalitatea  $h = g$ .
- ✓ Dreptunghiul  $ABCD$  se numește **secțiune axială** a cilindrului.



### Cum desenăm un cilindru circular drept



#### Pasul 1

Desenăm secțiunea axială  $ABCD$  (dreptunghi)

#### Pasul 2

Desenăm o bază. Se va vedea ca o elipsă.

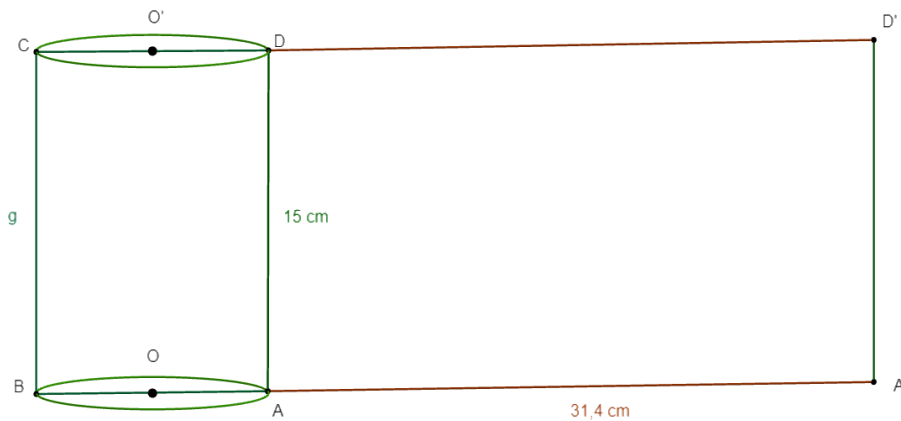
#### Pasul 3

Desenăm a doua bază.

### Exemplu:

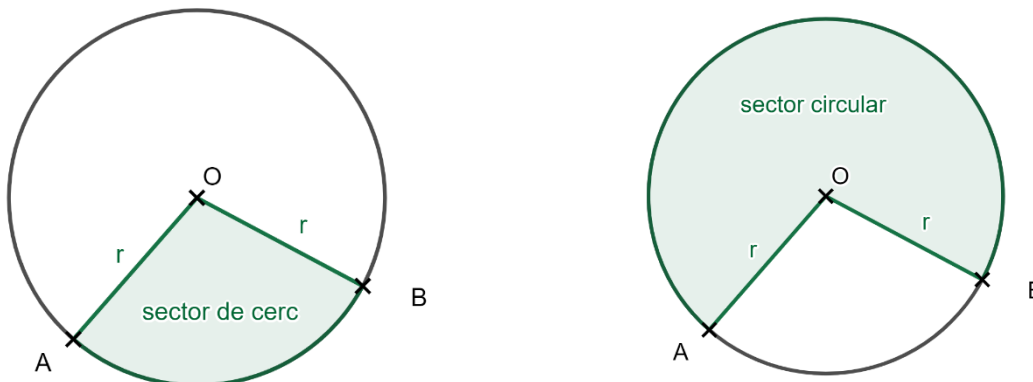
✎ Înfășurând o coală de hârtie de dimensiuni  $31,4 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$  se confecționează un cilindru cu generatoarea de  $15 \text{ cm}$ . Care este raza bazei cilindrului? Ne amintim  $\pi \cong 3,14$ .

$$2\pi r = 3,14 \text{ cm} \Rightarrow 2r = 10 \text{ cm} \Rightarrow r = 5 \text{ cm}$$

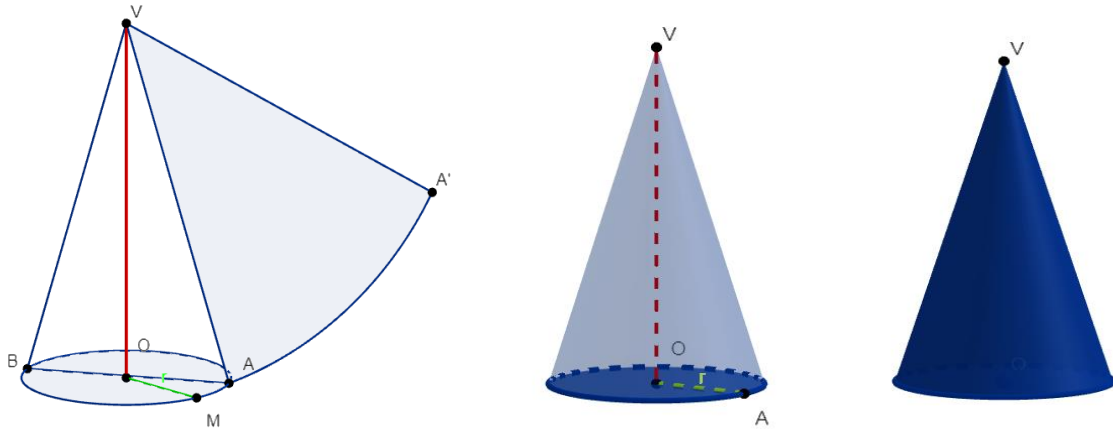


### Conul circular drept

*Sectorul de cerc* este o parte a unui disc delimitat de două raze ale sale și arcul corespunzător.



- ✓ Înfășurând sectorul de cerc  $VAA'$  până când laturile  $VA$  și  $VA'$  se suprapun, iar arcul  $AA'$  înfășoară un disc obținem **suprafața laterală a unui con circular drept**.

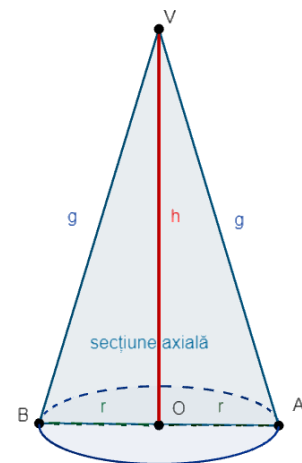


- ✓ Arcul AA' mărginește un disc de centru O și rază r, numite **baza conului**.
- ✓ Lungimea arcului AA' = lungimea cercului de centru O și rază r.
- ✓ **Conul circular drept** este corpul plin mărginit de această suprafață laterală și disc.

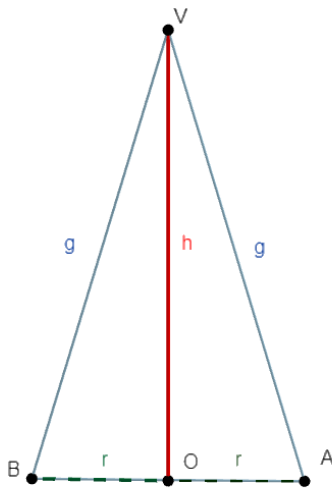
### Elementele conului circular drept



- ✓ Discul de centru O și rază r reprezintă **baza conului**.
- ✓ Segmentul VA sau orice alt segment care unește V cu un punct situat pe cercul de centru O și rază r se numește **generatoarea conului (g)**.
- ✓ Segmentul VO' reprezintă **înălțimea conului (h)**.
- ✓ În cazul conului circular drept avem egalitatea
 
$$h^2 + r^2 = g^2.$$
- ✓ Triunghiul isoscel VAB se numește **secțiune axială** a conului, AB este diametru în centrul de centru O și rază r.

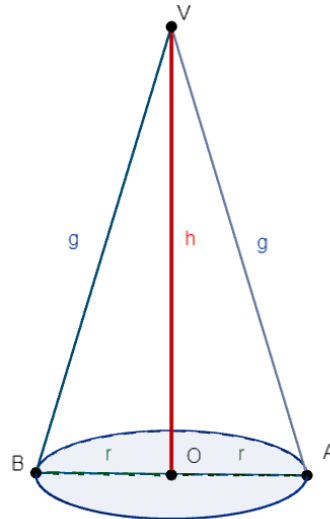


### Cum desenăm un con circular drept



#### Pasul 1


Desenăm secțiunea axială  $\Delta VAB$  (triunghi isoscel)



#### Pasul 2

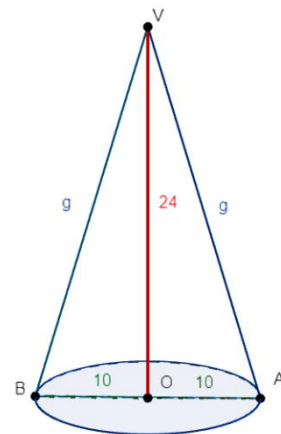
Desenăm baza. Se va vedea ca o elipsă.

### Exemplu:

 Diametrul bazei unui con este de 20 cm, iar înălțimea acestuia este de 24 cm. Care este lungimea generatoarei conului?

$$2r = 20 \text{ cm} \Rightarrow r = 10 \text{ cm}$$

$$g^2 = h^2 + r^2 = 10^2 + 24^2 = 100 + 576 = 676 \Rightarrow g = \sqrt{676} \text{ cm} \Rightarrow g = 26 \text{ cm}$$



### Să exersăm!

1. Folosind figurile de mai jos
  - a) Colorați cu albastru corpurile care sunt doar cuburi
  - b) Colorați cu verde corpurile care sunt doar paralelipede dreptunghice
  - c) Colorați cu portocaliu corpurile în formă de cilindru.
  - d) Colorați cu roșu corpurile în formă de con.



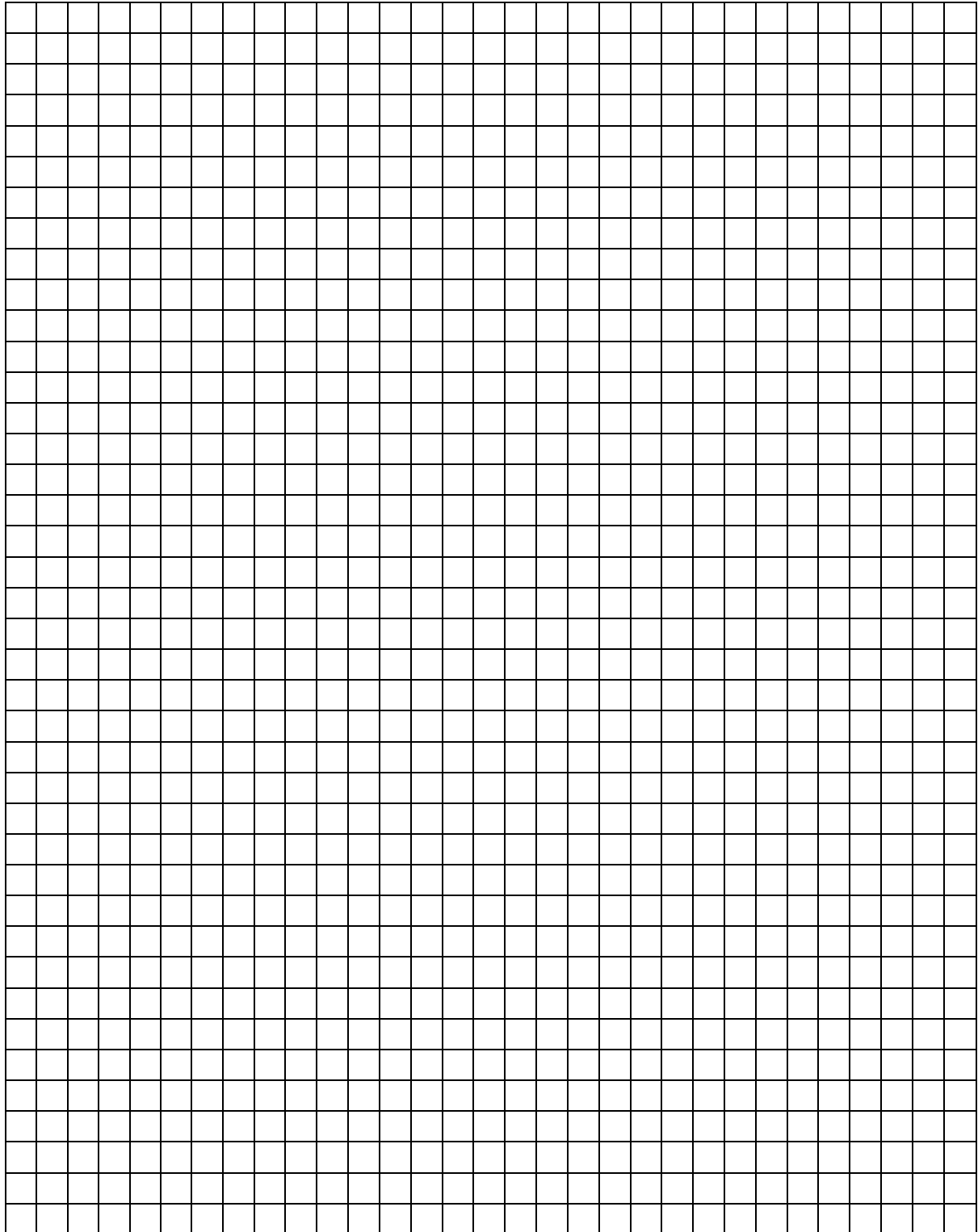
2. Completați enunțurile următoare pentru a obține afirmații adevărate:
  - a) Fețele unui cub sunt \_\_\_\_\_
  - b) Bazele unui cilindru circular sunt \_\_\_\_\_
  - c) Baza unui con circular este \_\_\_\_\_
  - d) Fețele unui paralelipiped dreptunghic sunt \_\_\_\_\_
  - e) Un paralelipiped dreptunghic are un număr de \_\_\_\_\_ fețe laterale.
  - f) Un cub are un număr de \_\_\_\_\_ muchii.
  - g) Un paralelipiped dreptunghic are un număr de \_\_\_\_\_ muchii laterale.
  
3.
  - a) Desenați un cilindru circular drept cu raza bazei de 2 cm și generatoarea de 7 cm.
  - b) Desenați un cilindru circular drept cu raza bazei de 3 cm și generatoarea de 6 cm.
  - c) Desenați un con circular drept cu raza bazei de 3 cm și înălțimea de 4 cm.
  - d) Desenați un con circular drept cu raza bazei de 4 cm și înălțimea de 6 cm.



UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020





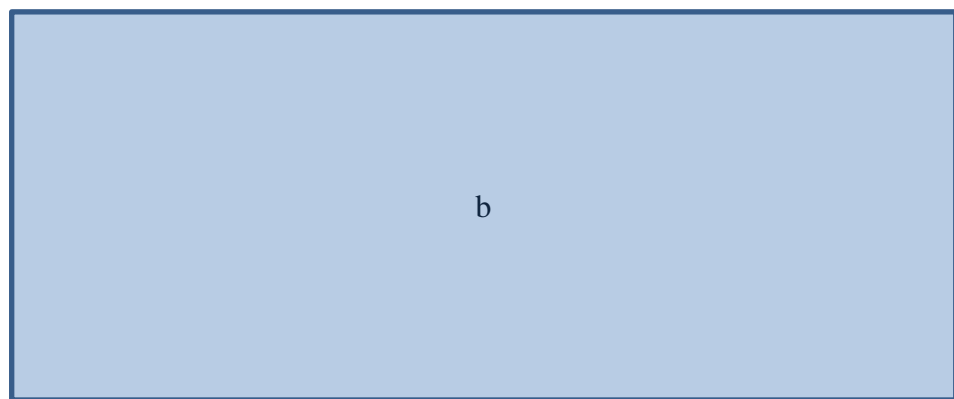
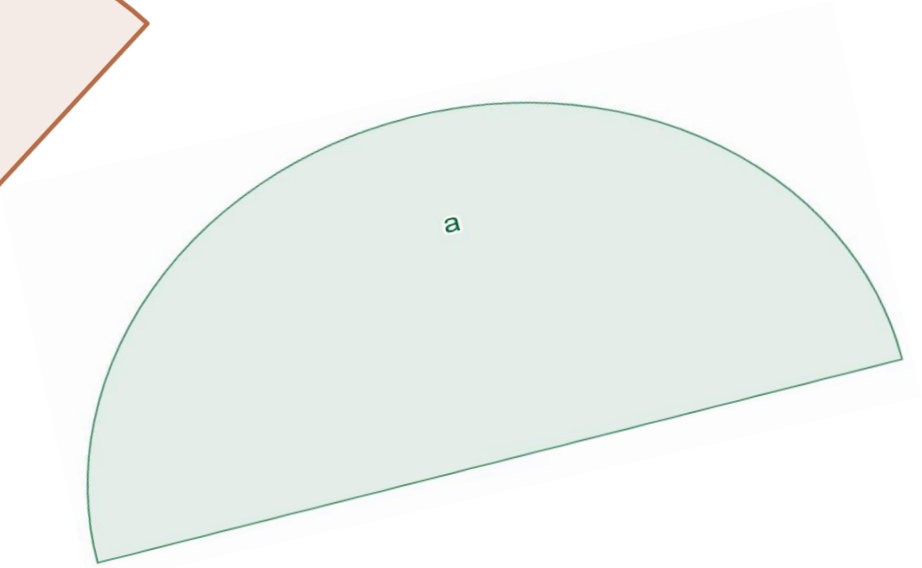
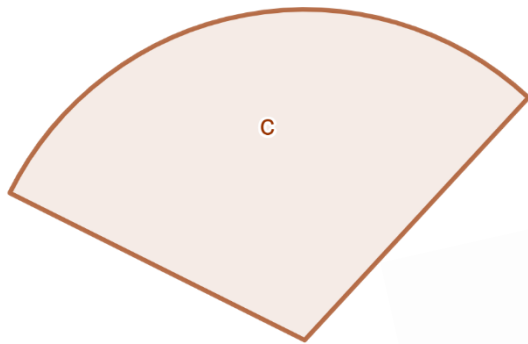
UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020

4. Mihai a decupat fețele laterale ale unor corpuri și le-a pus pe masă. Decupați figurile obținute de Mihai și ajutați-l să refacă cele 4 corpuri.

- a) \_\_\_\_\_
- b) \_\_\_\_\_
- c) \_\_\_\_\_
- d) \_\_\_\_\_
- e) \_\_\_\_\_





UNIUNEA EUROPEANĂ



Instrumente Structurale  
2014-2020

	e		
--	---	--	--

	d		
--	---	--	--

## Aria totală și volumul cubului



- ✓ Suma ariilor tuturor fețelor unui cub se numește aria totală a acestuia. Se notează  $A_t$
- ✓ Cubul are toate fețele pătrate și

$$A_{t \text{ cub}} = 6 \cdot l^2$$

În spațiu, fiecărui corp îi corespunde un număr pozitiv numit *volumul aceluia corp*.

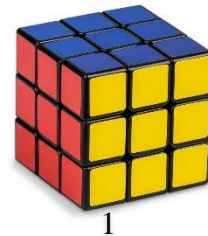
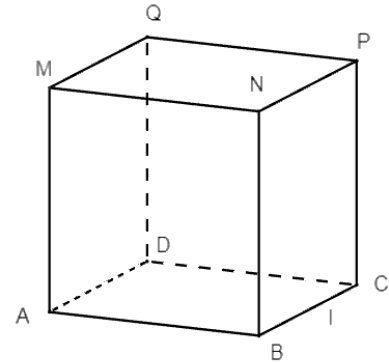


- ✓ **Volumul** arată cât loc ocupă în spațiu corpul considerat.
- ✓ Unitatea de măsură pentru volum este volumul cubului a cărui muchie este egală cu unitatea de lungime.

$$V_{\text{cub}} = l^3$$

- ✓ Într-un cub cu latura de  $1 \text{ dm}$  se poate pune  $1 \text{ l}$  de apă.

$$1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ l}$$



### Exemple:

- ✎ Un cub are lungimea unei muchii de  $5 \text{ cm}$ .

- $A_t = 6 \cdot l^2 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ cm}^2$
- $V = l^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$

- ✎ Un cub are volumul de  $27 \text{ cm}^3$

- Latura cubului

$$V = 27 \text{ cm}^3 = l^3 \Rightarrow 3^3 = l^3 \Rightarrow l = 3 \text{ cm}$$

- $A_t = 6 \cdot l^2 = 6 \cdot 9 = 54 \text{ cm}^2$

## Aria totală și volumul paralelipipedului dreptunghic



- ✓ Suma ariilor tuturor fețelor unui paralelipiped dreptunghic se numește aria totală a acestuia.
- ✓ Se notează  $A_t$
- ✓ Aria totală a paralelipipedului dreptunghic cu dimensiunile  $AB = L, BC = l, AM = h$  este

$$A_t = 2 \cdot (Ll + Lh + lh)$$

- ✓ Volumul paralelipipedului dreptunghic cu dimensiunile  $AB = L, BC = l, AM = h$  este

$$V = L \cdot l \cdot h$$

**Exemple:**

- ✎ Un paralelipiped dreptunghic  $ABCDMNPQ$  are dimensiunile  $AB = 6 \text{ cm}, BC = 3 \text{ cm}, AM = 2 \text{ cm}$ .

- $A_t = 2 \cdot (Ll + Lh + lh) = 2 \cdot (18 + 12 + 6) = 2 \cdot 36 = 72 \text{ cm}^2$
- $V = L \cdot l \cdot h = 6 \cdot 3 \cdot 2 = 36 \text{ cm}^3$

- ✎ Un paralelipiped dreptunghic  $ABCDMNPQ$  are volumul de  $54 \text{ cm}^3$  și baza un dreptunghi cu aria de  $6 \text{ cm}^2$

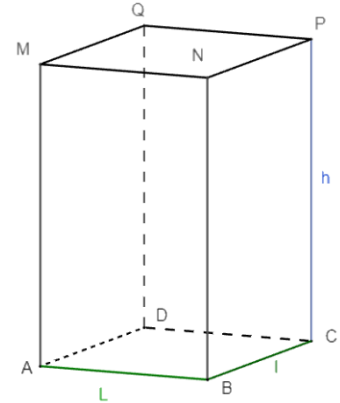
- Înălțimea paralelipipedului

$$V = 54 \text{ cm}^3 = L \cdot l \cdot h$$

Aria bazei

$$6 \text{ cm}^2 = L \cdot l$$

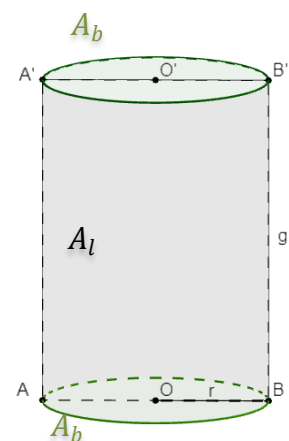
Deci  $54 = 6 \cdot h \Rightarrow h = 9 \text{ cm}$



## Aria totală și volumul cilindrului

- ! ✓ Aria bazei a unui cilindru circular drept cu raza bazei  $r$  se notează  $A_b$  și este egală cu
- $$A_b = \pi r^2.$$
- ✓ Aria laterală a unui cilindru circular drept cu raza bazei  $r$  și generatoarea  $g$  este
- $$A_l = 2\pi r g.$$
- ✓ Aria totală a unui cilindru circular drept este suma dintre aria laterală și suma ariilor celor două baze. Se notează  $A_t$

$$A_t = A_l + 2A_b = 2\pi r(r + g)$$



- ✓ Volumul unui cilindru circular drept este

$$V = 2\pi r^2 g.$$

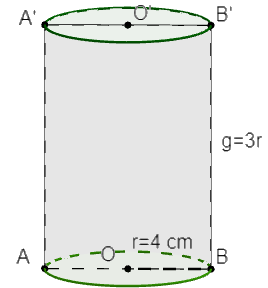
*Ne amintim: Cilindrul circular drept are generatoarea egală cu înălțimea.*

**Exemple:**

- ✎ Un cilindru circular drept are generatoarea egală cu triplul razei bazei, care are 4 cm.

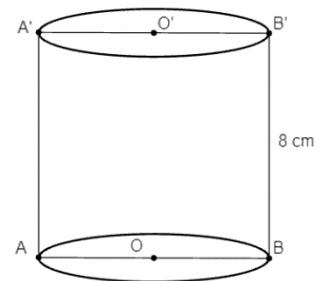
*Ne amintim:  $\pi \cong 3,14$*

- $g = 3r = 12 \text{ cm}$
- $A_t = 2\pi r(r + g) = 8\pi \cdot 16 = 128 \cdot \pi = 401,92 \text{ cm}^2$
- $V = 2\pi r^2 g = 32\pi \cdot 12 = 384 \cdot \pi = 1205,76 \text{ cm}^3$



- ✎ Un cilindru circular drept are secțiunea axială un pătrat de latură 8 cm.

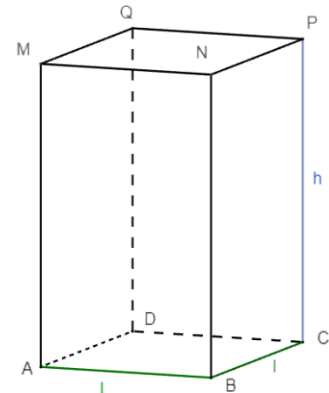
- $ABB'A'$  pătrat  $\Rightarrow g = 2r = 8 \text{ cm} \Rightarrow r = 4 \text{ cm}$
- $A_t = 2\pi r(r + g) = 8\pi \cdot 12 = 96 \cdot \pi = 301,44 \text{ cm}^2$
- $V = 2\pi r^2 g = 32\pi \cdot 8 = 256 \cdot \pi = 803,84 \text{ cm}^3$

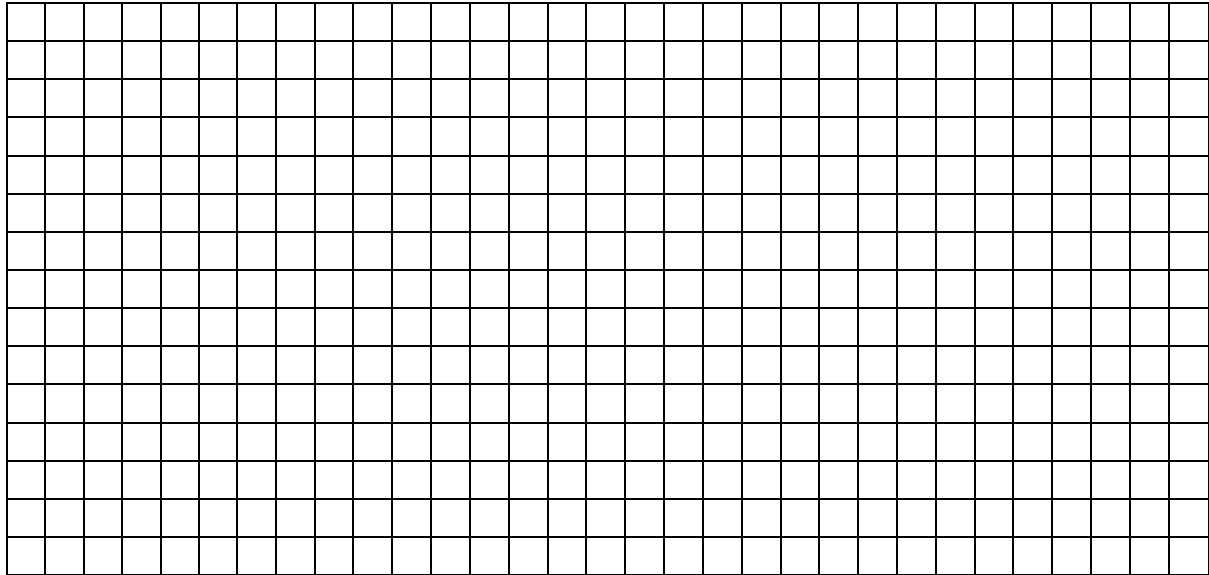


**Să exersăm !**

1. Paralelipipedul dreptunghic  $ABCDMNPQ$  are dimensiunile  $AB = L, BC = l, AM = h$ .  
Completați tabelul conform modelului

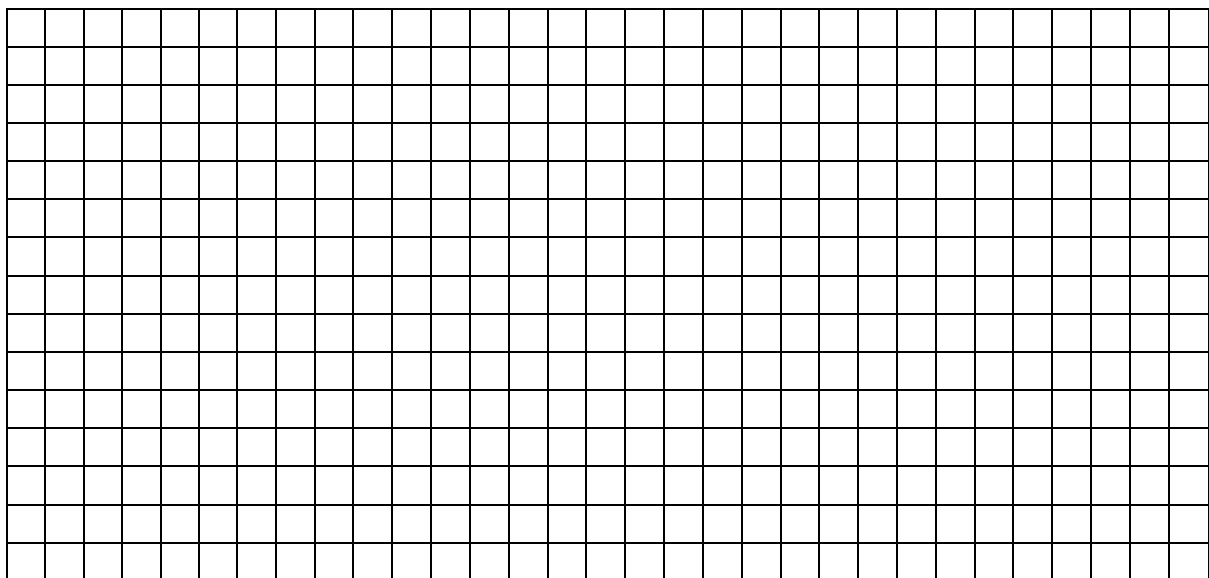
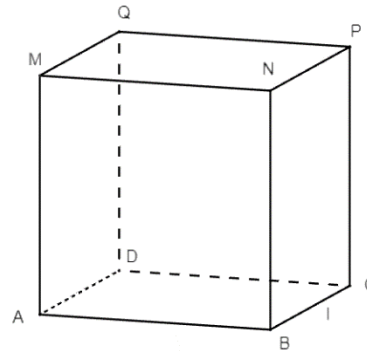
$l$	$L$	$h$	$A_t = 2 \cdot (Ll + Lh + lh)$	$V = L \cdot l \cdot h$
2 cm	4 cm	8 cm	$A_t = 2 \cdot (8 + 32 + 16) = 112 \text{ cm}^2$	$V = 64 \text{ cm}^3$
5 cm		7 cm		$245 \text{ cm}^3$
3 cm	9 cm	4 cm		
	10 cm	7 cm		$350 \text{ cm}^3$
	4 cm	8 cm	$136 \text{ cm}^2$	





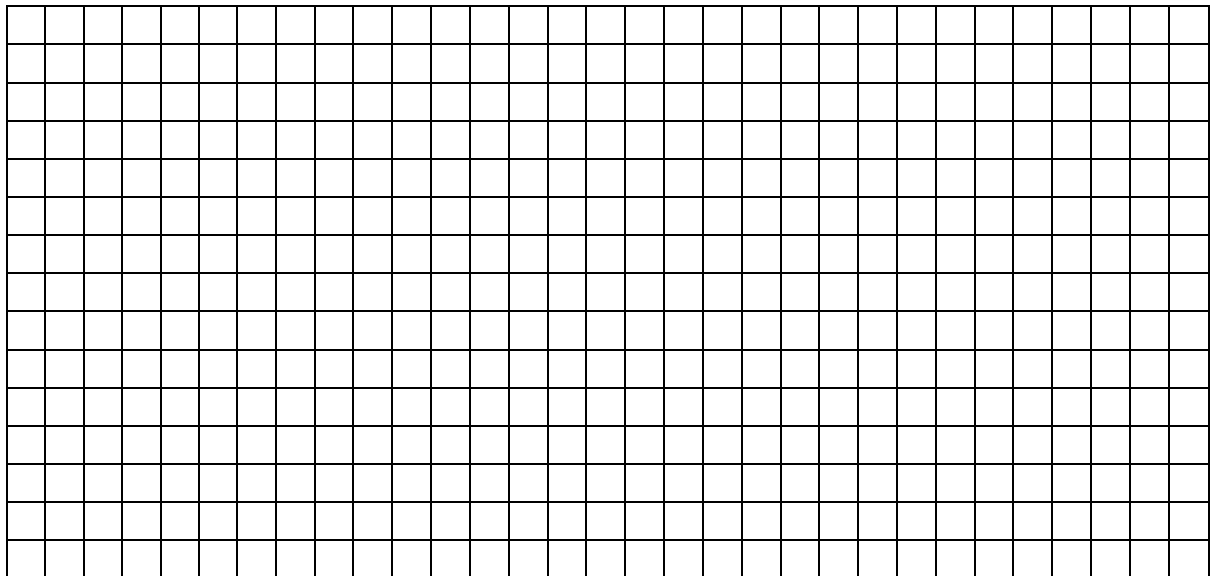
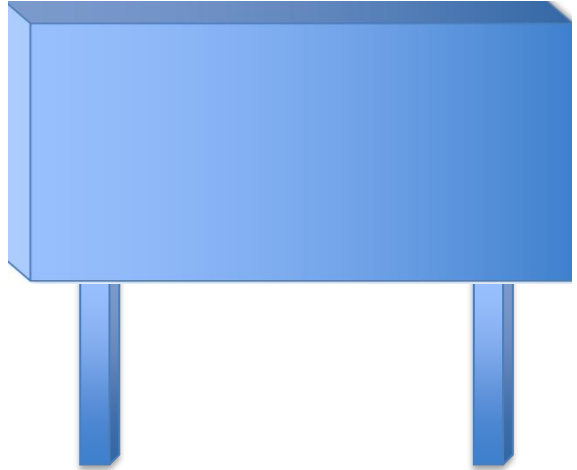
2. Cubul  $ABCDMNPQ$  are muchia  $AB = l$ . Completați tabelul conform modelului

$l$	$A_t = 6 \cdot l^2$	$V = l^3$
$2 \text{ cm}$	$A_t = 6 \cdot 4 = 24 \text{ cm}^2$	$V = 8 \text{ cm}^3$
$6 \text{ cm}$		
		$125 \text{ cm}^3$
		$1000 \text{ cm}^3$
	$150 \text{ cm}^2$	
	$486 \text{ cm}^2$	





5. În figura alăturată este reprezentat un panou publicitar. Stâlpii de susținere sunt două bare de formă paralelipipedică cu înălțimea de  $2\text{ m}$  și baza un pătrat cu latura de  $20\text{ cm}$ . Panoul de afișaj este un paralelipiped dreptunghic cu înălțimea de  $3\text{ m}$ , lățimea de  $2\text{ m}$  și grosimea de  $25\text{ cm}$ . Ce cantitate de grund este necesară dacă  $1\text{ l}$  de grund este suficientă pentru a vopsi o suprafață de  $13\text{ m}^2$ ?



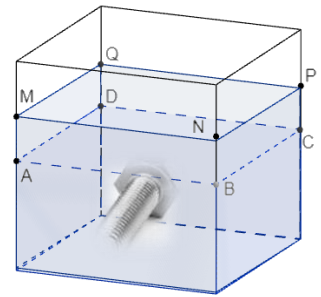
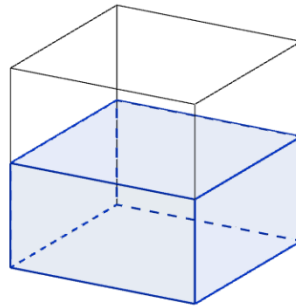
## Determinarea de volume pentru corpuri

Pentru a determina volumul unui corp îl putem scufunda într-un lichid. Variația volumului de lichid reprezintă volumul corpului.

### Exemplu:

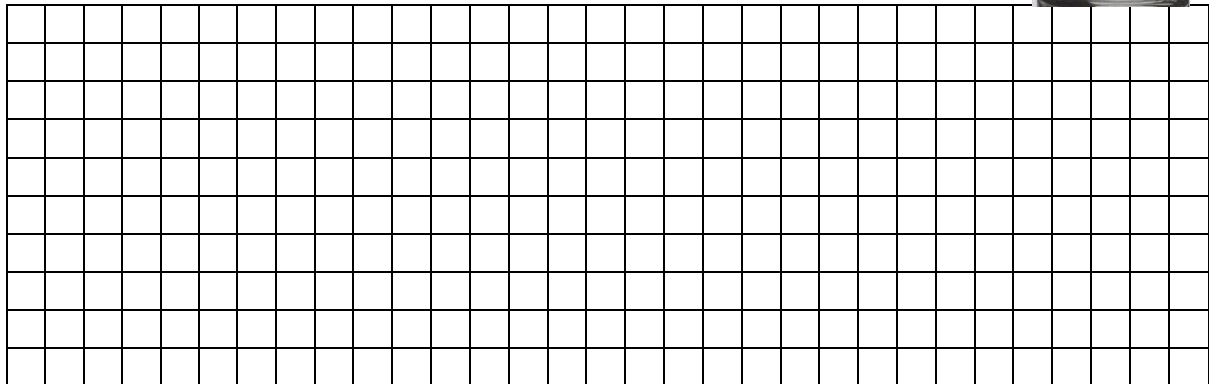
✎ Într-un vas în formă de cub cu latura de 20 cm se scufundă un șurub metalic. Nivelul lichidului crește cu 4 cm. Determinați volumul șurubului.

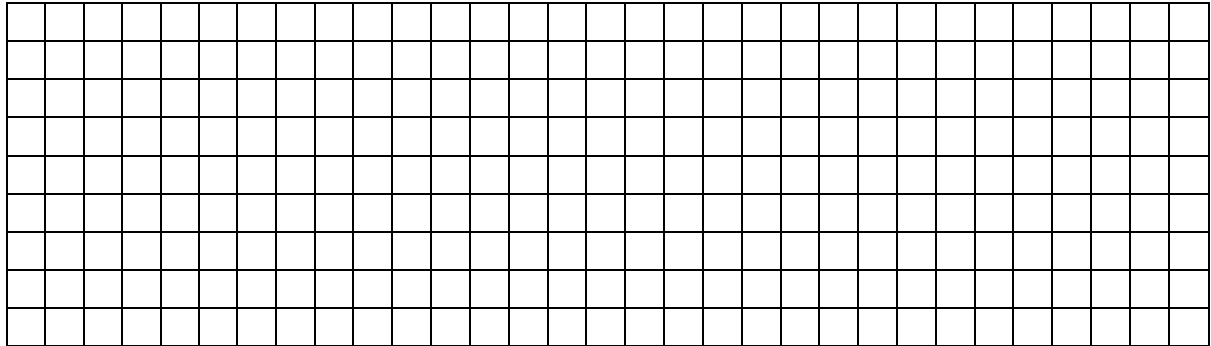
$$V_{\text{șurub}} = V_{ABCDMNPQ} = 20 \cdot 20 \cdot 4 = 1600 \text{ cm}^3$$



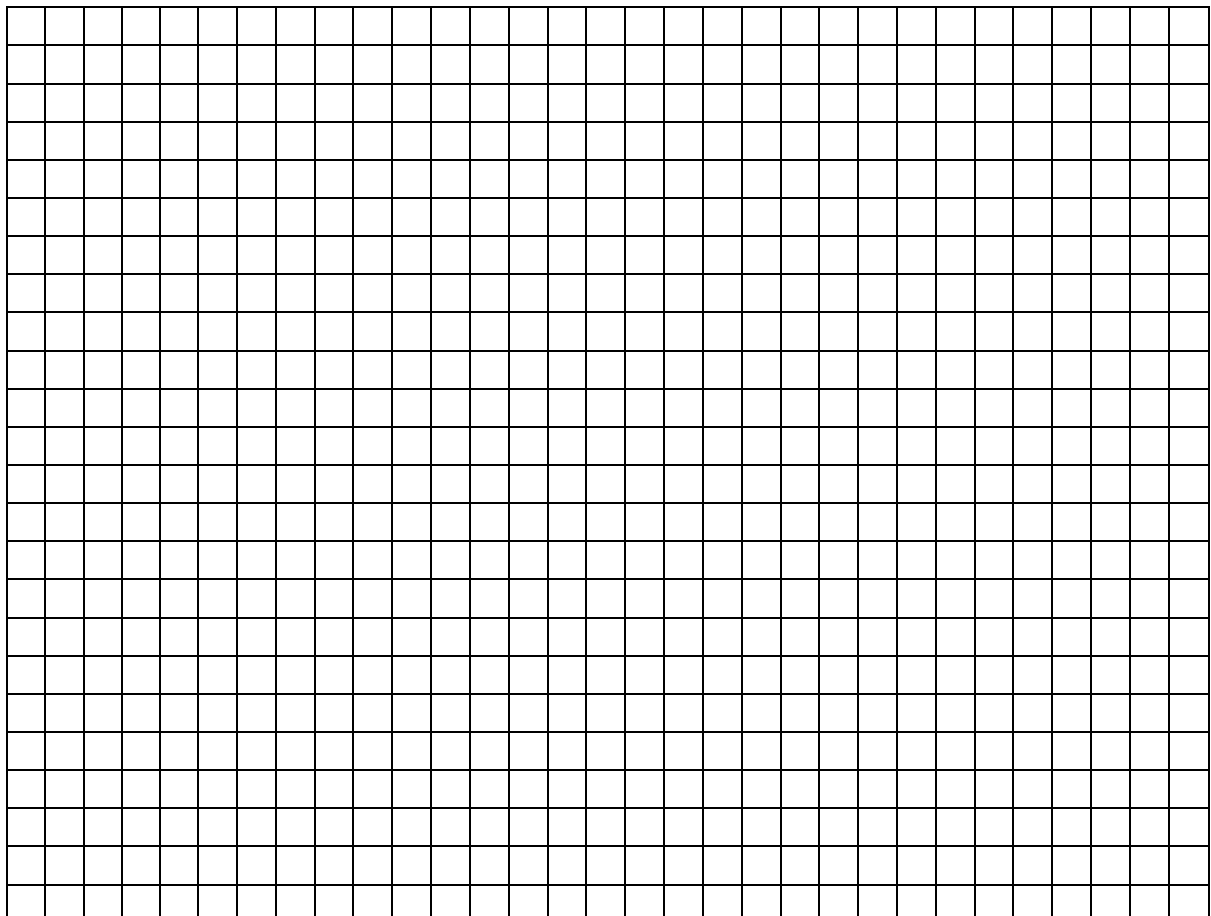
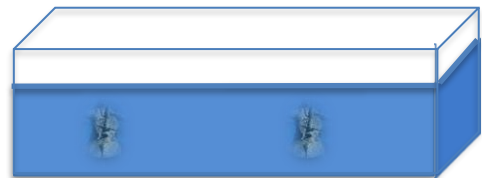
### Să exersăm !

1. Într-un pahar cu formă cilindrică cu diametrul bazei de 9 cm este jumătate plin cu suc. Se adaugă în pahar câteva cuburi de gheață cu latura de 3 cm și nivelul lichidului din pahar crește cu aproape 2,55 cm. Câte cuburi de gheață au fost puse în pahar?





2. Când au fost puse într-un bazin în formă de paralelipiped dreptunghic cu aria bazei  $20\text{ m}^2$  au fost puse 2 statui subacvatice de volume egale nivelul apei a crescut cu 45 cm. Determinați volumul fiecărei statui.







## Modelarea unor configurații uzuale: dreaptă perpendiculară pe plan, linii paralele, simetria axială.

### Dreaptă perpendiculară pe plan

- ✓ Trei puncte necoliniare  $A, B, C$  determină un plan unic. Notăm acest plan  $(ABC)$ .
- ✓ O dreaptă este perpendiculară pe un plan dacă și numai dacă este perpendiculară pe orice dreaptă din acel plan.
- ✓ Dacă dreapta  $d$  este perpendiculară pe un planul  $(ABC)$  notăm  $d \perp (ABC)$ .
- ✓ Pentru a stabili dacă o dreaptă este perpendiculară pe un plan este suficient să arătăm că este perpendiculară pe două drepte concurente din acel plan.

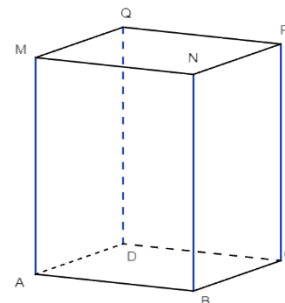
### Exemplu:

✎ Muchia laterală a unui paralelipiped dreptunghic este perpendiculară pe planul bazei acestuia.

✎  $ABNM$  dreptunghi  $\Rightarrow AM \perp AB$

✎  $ADQM$  dreptunghi  $\Rightarrow AM \perp AD$

deci  $AM \perp (ABD)$



- ✓ Muchia laterală a unui paralelipiped dreptunghic este perpendiculară pe planul bazei acestuia.
- ✓ Generatoarea unui cilindru circular drept este perpendiculară pe planul bazei.

### Drepte paralele

- ✓ Dacă două drepte situate în același plan nu au puncte comune spunem ca sunt **drepte paralele**.
- ✓ Dacă două drepte sunt paralele cu o a treia dreaptă, atunci acestea sunt paralele între ele.

### Exemplu:

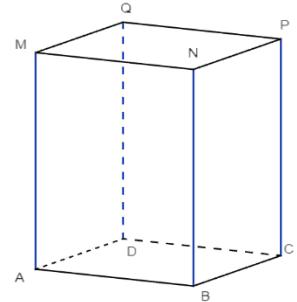
✎ Muchiile laterale ale unui paralelipiped dreptunghic sunt paralele.

✎  $ABNM$  dreptunghi  $\Rightarrow AM \parallel BN$

✎  $ADQM$  dreptunghi  $\Rightarrow AM \parallel DQ$

deci  $BN \parallel DQ$

✎  $DCPQ$  dreptunghi  $\Rightarrow CP \parallel DQ$  deci  $AM \parallel CP$



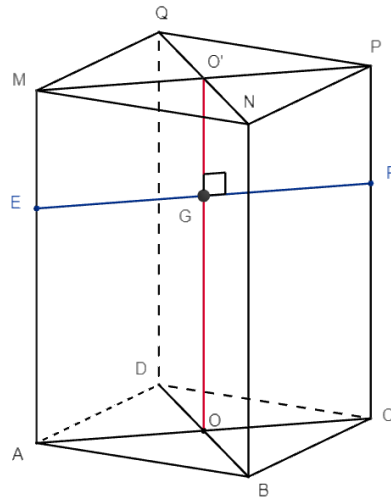
### Simetria axială

Dreapta  $d$  este axă de simetrie pentru un corp geometric dacă simetricul oricărui punct al corpului față de dreapta  $d$  este aparține corpului geometric.

#### Exemple:

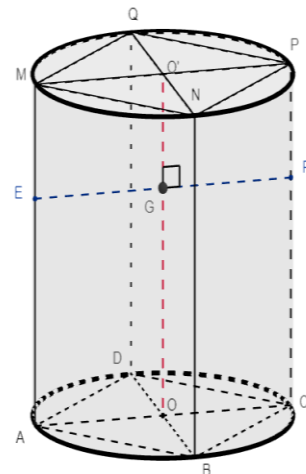
✎ Dreapta  $OO'$  este axă de simetrie a paralelipipedului dreptunghic  $ABCDMNPQ$ .

- Simetricul lui  $E$  față de  $OO'$  este punctul  $F$ .
- Simetricul lui  $M$  față de  $OO'$  este punctul  $P$ .
- Simetricul lui  $N$  față de  $OO'$  este punctul  $Q$ .
- Simetricul lui  $A$  față de  $OO'$  este punctul  $C$ .



✎ Dreapta  $OO'$  este axă de simetrie a cilindrului circular drept.

- Simetricul lui  $E$  față de  $OO'$  este punctul  $F$ .
- Simetricul lui  $M$  față de  $OO'$  este punctul  $P$ .
- Simetricul lui  $N$  față de  $OO'$  este punctul  $Q$ .
- Simetricul lui  $A$  față de  $OO'$  este punctul  $C$ .





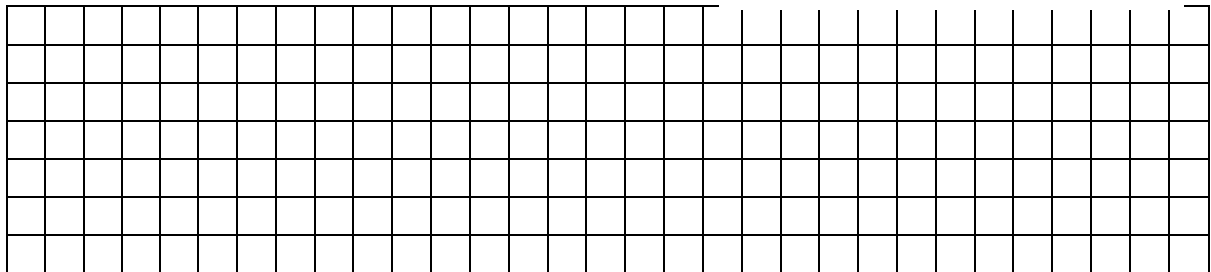
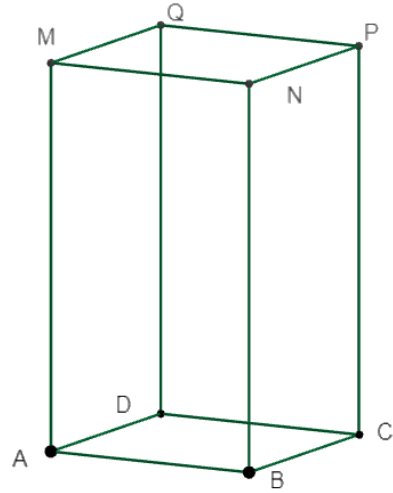




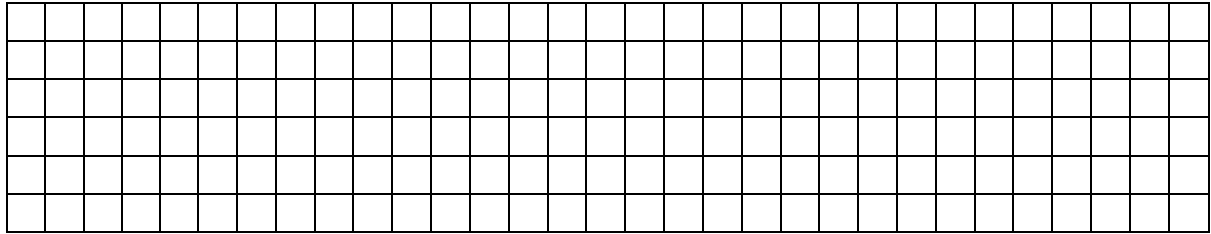
UNIUNEA EUROPEANĂ



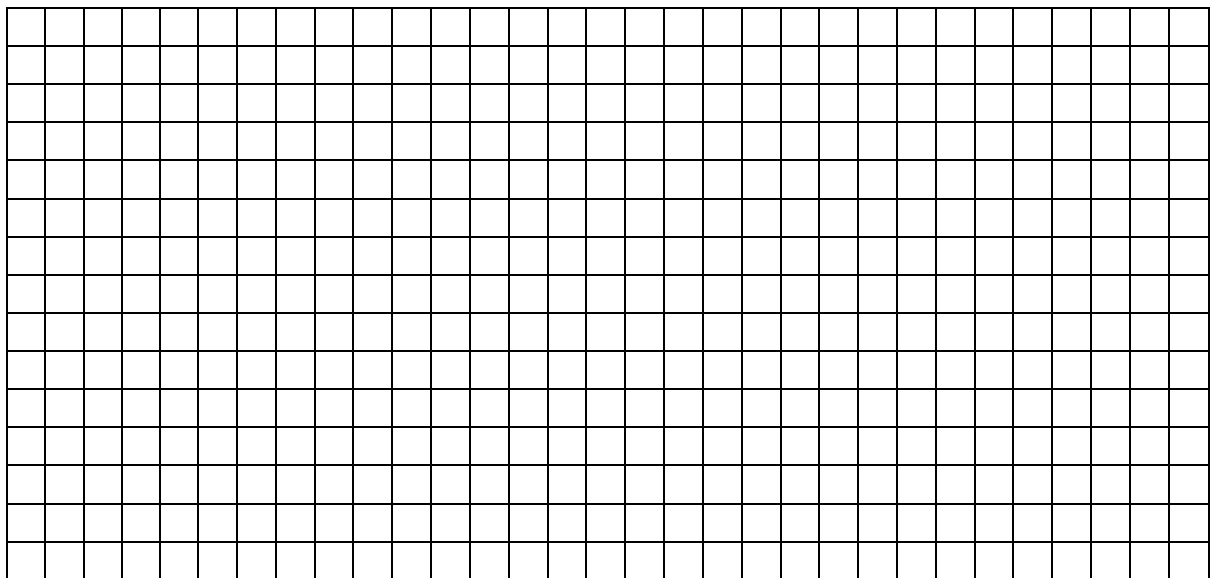
Instrumente Structurale  
2014-2020



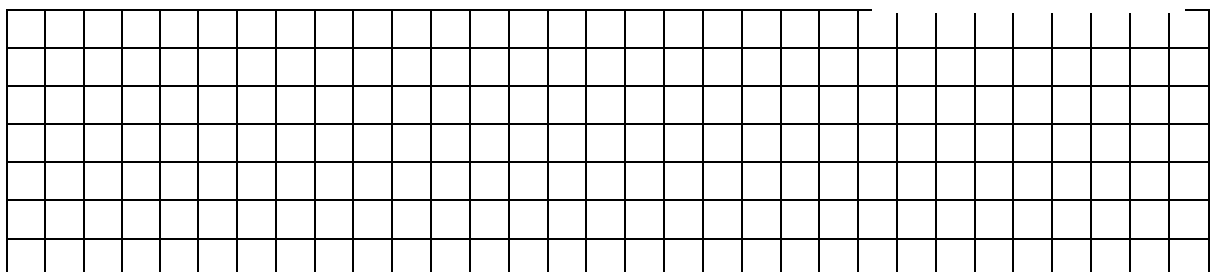
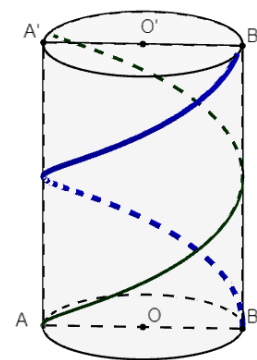


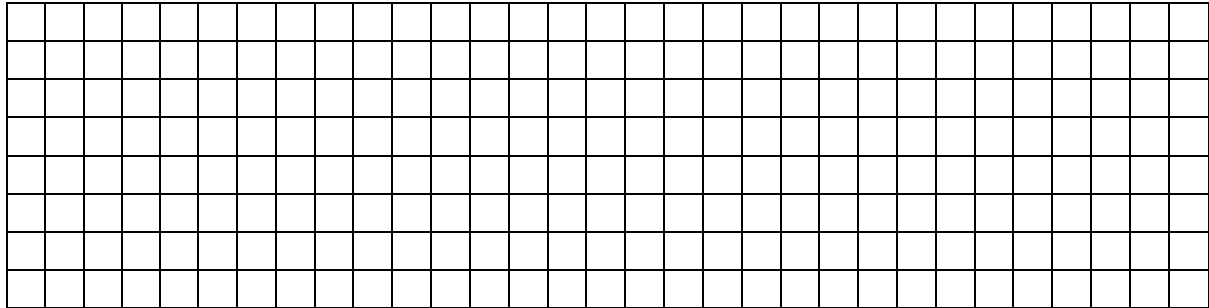


b) Cu cât crește nivelul apei dacă înălțimea bazinului este 6 m?



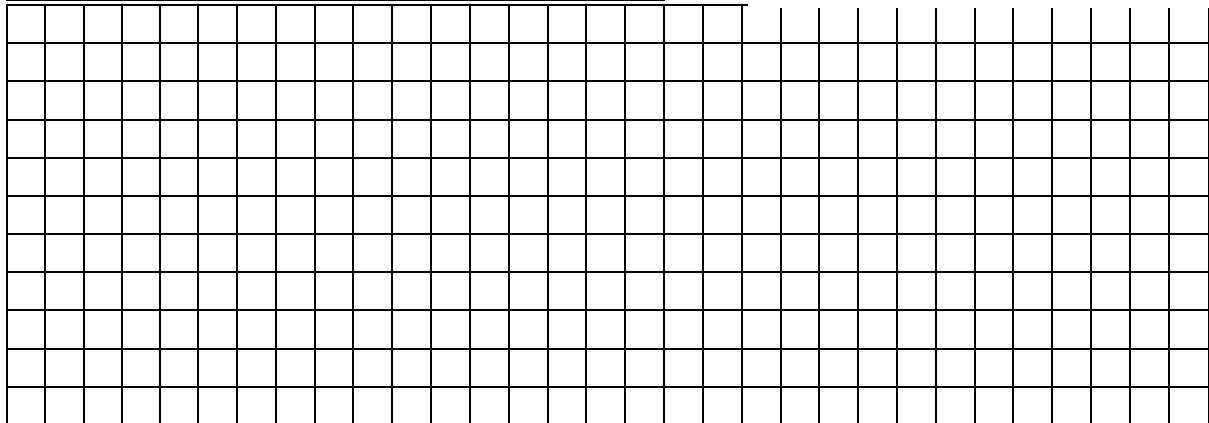
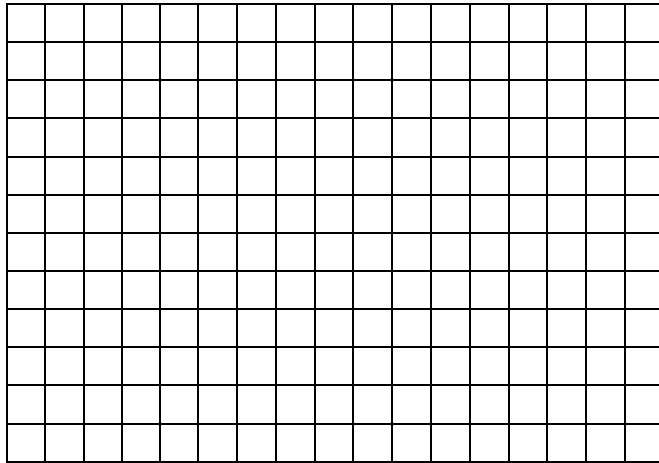
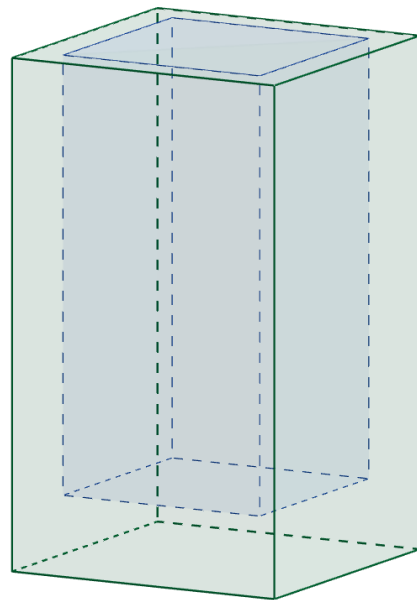
3. În exteriorul unui cilindru circular drept cu generatoarea de 10 *cm* și raza de 5 *cm* sunt construite decorațiunile *AA'* și *BB'* din figura alăturată. Determinați lungimea totală a acestor decorațiuni.





4. Un suport de creioane are forma unui paralelipiped dreptunghic cu baza pătrat de latură 8 cm și înălțime 18 cm. Pereții suportului au grosimea de 1 cm.

a) Determinați volumul suportului de creioane.



- b) Stabiliți dacă se poate pune în suport un creion cu lungimea de 20 cm astfel încât în afara suportului să rămână cel mult 1 cm din creion.

